华东师范大学期末试卷（A卷）

2013 – 2014 学年 第二学期

课程名称: 高等数学A(二)　　课程性质: 专业必修　考试日期: 2014. 06. 23

学生姓名________________　　　　学　　号________________

专　　业________________　　　　年级/班级　2013　　

一	二	三	总 分	阅卷人签名

一、填空题（每小题4分，共20分）

1. $\lim\limits_{(x,y)\to(0,1)}(1+xy)^{\frac{1}{x}} =$ ______________ .

2. 已知$z=f(xy^2,x^2y)$,其中函数f一阶可导，则$dz=$ __________.

3. 已知$f(x,y)$ 连续，交换积分顺序$\int_0^4 dy\int_{-\sqrt{4-y}}^{\frac{1}{2}(y-4)} f(x,y)dx =$ ______________

4. 函数$y(x)$ 满足微分方程$\frac{dy}{dx}-y=e^x$,且$y|_{x=0}=1$,则方程的特解为______________.

5. 设当$0\le x<\frac{\pi}{2}$时，$f(x)=1$；当$\frac{\pi}{2}\le x<\pi$时，$f(x)=0$, $s(x)=\sum\limits_{n=1}^{\infty}b_n\sin nx$是$f(x)$展开的正弦级数,则$s(\frac{\pi}{2})=$ ______________.

二、简答题 (本题共40分，要求给出主要解题步骤)

1. (6分)解微分方程$(xy+x^2+y^2)dx-x^2dy=0\ (x\neq 0)$.

2. (6分) 求微分方程$y''-3y'+2y=e^{-x}$的通解.

3. (6分) 求函数 $f(x) = \frac{1}{2x^2-3x+1}$ 在点 $x = 0$处的幂级数展开式.

4. (10分) 判别下列级数的敛散性 .

(1) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n+2}+\sqrt{n}}$;

(2) $\sum\limits_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n}{e^n}$.

5. (12分) 设函数$f(x)$在$(-\infty, +\infty)$内具有连续一阶导数，L是上半平面$(y > 0)$内有向分段光滑曲线，其起点和终点分别为$(1, 2)$, $(2, 1)$，记

$$I = \int_L \frac{1}{y}[1 + y^2 f(xy)]dx + \frac{x}{y^2}[y^2 f(xy) - 1]dy.$$

(1) 证明曲线积分I与积分路径无关; (2) 计算I的值.

三、解答题 (本题共40分，要求给出主要解题步骤)

1. (8分) 求二元函数 $f(x,y)=3x^2+6x-\frac{1}{3}y^3+2y^2+1$ 的极值.

2. (8分) 计算曲线积分 $\oint_L (z-y)dx+(x-z)dy+(x-y)dz$, 其中 L是$x^2+y^2=1$与$x-y+z=2$的交线，从z轴负向看为顺时针方向.

3. (8分) 求幂级数$\sum\limits_{n=1}^{+\infty}\frac{2n-1}{2^n}x^{2(n-1)}$的收敛域与和函数.

4. (8分) 计算曲面积分$\oiint\limits_{\Sigma} z^2 ds$,其中$\Sigma$为锥面$z = \sqrt{x^2 + y^2}$在柱体$x^2 + y^2 \le 2x$内的部分.

5. (8分) 设$\varphi(x)$连续,且满足$\varphi(x) = e^x + \int_0^x t\varphi(t)dt - x\int_0^x \varphi(t)dt$,求$\varphi(x)$.