华东师范大学期末试卷（A）

2008 —2009　学年第 二 学期

课程名称：　高等数学 A

学生姓名：____________________　　　　　　　　学　　号：____________________

专　　业：____________________　　　　　　　　年级/班级：2008 级

课程性质：公共必修.

一	二	三	四	五	六	七	八	总分	阅卷人签名

一. 简答题　(5 分×6)

1.　设函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1-\cos(x^2+y^2)}{e^{xy}(x^2+y^2)^2} & x^2+y^2\neq 0\\ A & x^2+y^2=0\end{cases}$，在(0,0)点连续,求 A 的值.

2.　设 $z=\dfrac{1}{x}f(xy)+y\varphi(x+y)$,　f 和 φ 具有二阶连续偏导数，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3.　求 $\int_0^{\frac{\pi}{6}}dy\int_y^{\frac{\pi}{6}}\dfrac{\cos x}{x}dx$.

4.　求 $\iint\limits_{\Sigma} zdxdy$，其中 Σ 为球面 $x^2+y^2+z^2=1$ 在第一和第五卦限部分的外侧.

5.　设 $\vec{A}=xy^2\vec{i}+ye^z\vec{j}+x\ln(1+z^2)\vec{k}$，求 $\vec{A}$ 的散度 $div\vec{A}$.

6.　设 $f(x)=\begin{cases}x & 0\le x\le\dfrac{1}{2}\\ 2-2x & \dfrac{1}{2}<x<1\end{cases}$，的傅里叶展开式为

$$S(x)=\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}a_n\cos n\pi x,\text{其中. } a_n=2\int_0^1 f(x)\cos n\pi x dx,\text{ 求 } S(-\frac{11}{2}).$$

二．判断下列级数的敛散性　(5 分×3)

1． $\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \sin\frac{\pi}{2^n}$.

2． $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)^{n^2}}{2^n n^{n^2}}$.

3. $\sum_{n=2}^{\infty} \cos n\pi \cdot \frac{1}{\ln\sqrt{n}}$.

三．求下列微分方程的通解. (6 分×3)

1． $x(y^2-1)dx + y(x^2-1)dy = 0$.

2． $(y + x^3)dx - 2xdy = 0$.

3. $y'' + y = -2x$.

四．求由方程 $2x^2 + 2y^2 + z^2 + 8xz - z + 8 = 0$ 所确定的函数 $z = z(x, y)$ 的极值. (10 分)

五．求 $\int_L (2xyz^3 + z)dx + x^2z^3dy + (3x^2yz^2 + x)dz$,，其中 L 为曲线 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 1 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$,从点 $A(1,0,0)$ 经第四卦限到点 $B(0,0,1)$ 的一段弧.(10 分)

六．求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 2^n} x^{n-1}$ 的和函数，并求其收敛域. (10 分)

七．设 $f(x)$ 连续可微，$f(x) > 0$, $f(1) = \frac{1}{2}$，且对一切右半平面光滑封闭曲线 L 满足 $\oint_L (ye^x f(x) - \frac{y}{x})dx - \ln f(x)dy = 0$，求 $f(x)$. (7 分)

请大家做一遍,并提出意见.

华东师范大学期末试卷（B）

2008 —2009 学年第 二 学期

课程名称： 高等数学 A

学生姓名：____________________ 学 号：____________________

专 业：____________________ 年级/班级： 2008 级

课程性质：公共必修.

一	二	三	四	五	六	七	八	总分	阅卷人签名

一、 一. 简答题 (5 分×6)

1. 求 $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)}\dfrac{2-\sqrt{xy+4}}{xy}$.

2. 设 $z=e^{\sin xy}$ ， 求 dz .

3. 求 $\iint\limits_D x^2ydxdy$, 其中 D 是由 $x=0,\ y=0,\ x^2+y^2=1$ 所围成的第一象限的图形..

4. 求 $\int_L (x^2-2xy)dx+(x^2-4y)dy$, 其中 L 为抛物线 $y=x^2$ 上从点 $(-1,1)$ 到点 $(1,1)$ 的一段弧.

5. 设 $f(x,y,z)=3x^2+2xy+z^3-3yz$, ，求在(1,1)点处的梯度 $grad\ f(1,1,1)$.

6. 设 $f(x)=x+5,\quad -\pi<x\le\pi,\ S(x)=\dfrac{a_0}{2}+\sum\limits_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx),$ 其 中

$$a_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\cos nx\,dx,\quad b_n=\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x)\sin nx\,dx,\ n=1,2,\cdots,\quad 求\ s(3\pi).$$

二．判断下列级数的敛散性. (5 分×3)

1. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(n+2)\sin\dfrac{\pi}{n^3+3}$.

2. $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^n}{n!}$.

3. $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\dfrac{(-1)^n\ln n}{\sqrt{n}}$.

三．求下列微分方程的通解. (6 分×3)

1． $y' = \dfrac{y(1-x)}{x}$.

2． $y' + \dfrac{1}{x} y = \dfrac{1}{x(x^2+1)}$.

3. $y'' + 2y' + 5y = 0$

四． 求 $z = x^2 y(4-x-y)$ 在由直线 $x+y=4,\quad x=0,\quad y=0$ 所围区域上的最值.(10 分)

五． 求第二型曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}(2x+z)dydz + zdxdy$. 其中 Σ 为曲面 $z = x^2+y^2,\quad 0 \le z \le 1$ 取上侧. (10 分)

六． 求 $\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)x^n$ 的和函数,并指出收敛区域. (10 分)

七． 设曲线积分 $\int_L \dfrac{-2x\ f(x)}{1+x^2} ydx + f(x)dy$ 与路径无关， 其中 $f'(x)$ 连续且 $f(0)=1$， 求 $f(x)$. (7 分)

请大家做一遍,并提出意见.