华东师范大学期末试卷（A）

2007 —2008 学年第 二 学期

课程名称： 高等数学 A

学生姓名：____________________　　　　学　　号：____________________

专　　业：____________________　　　　年级/班级：2007 级

课程性质：公共必修.

一	二	三	四	五	六	七	八	总分	阅卷人签名

一. 简答题　(5 分×7)　　　请大家做一遍,并提出意见.(考 A 卷,补考 B 卷)

1. 求 $z=2^{\tan\frac{x}{y}}$ 的全微分.

2. 设函数 F 具有一阶连续偏导数，且 $F(xy,yz,zx)=0$， 求. $\frac{\partial z}{\partial x}$

3. 求曲面 $e^x+xy+2z=3$ 在点 $\left(0,1,1\right)$ 处的切平面方程.

4. 求 $\iint\limits_D (3x^2+4x^2)dxdy$，其中 $D: x^2+y^2\le 9$.

5. 求 $\oint\limits_L \frac{y^2dx-x^2dy}{x^2+y^2}$ ，其中 L 为正向单位圆.

6. 求 $\iint\limits_\Sigma (x^2+y^2+z^2)ds$ ，其中 Σ 是 $z=\sqrt{x^2+y^2}$ 位于 $1\le z\le 2$ 的部分.

7. 设函数 $f(x)=\pi x+x^2$ 的付里叶级数为 $\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$，求 b_3 的值.

二．判断下列级数的敛散性　(5 分×3)

1. $\sum_{n=1}^{\infty}(e^{\frac{1}{n^2}}-1)$

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n}\left[\sqrt{2}+(-1)^n\right]^n$

3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n}{\sqrt{n^2+3}}$

三．求下列微分方程的通解. (5 分×3)　　　　　　请提意见.(考 A 卷,补考 B 卷)

1． $xy'+y=2\sqrt{xy}$

2． $y''=\frac{3x^2y'}{1+x^3}$

3.　$y''-4y=e^{2x}$

四. 求 $\iint\limits_{\Sigma}4xzdydz-2yzdzdx+(1-z^2)dxdy$，其中 Σ 为 $z=2x^2+2y^2\quad(0\le z\le 2)$ 取下侧.　(10 分)

五．求级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(n+1)^2x^n$ 的和函数.　(10 分)

六. 求一曲线,使其上任一点到原点的距离等于该点之切线在 x 轴上的截距. (9 分)

七． 设 $f(x)$ 具有二阶连续导数，满足 $f(1)=1,\ f'(1)=2$，且使曲线积分

$\int_L y\left[xf'(x)+f(x)\right]dx-x^2f'(x)dy$ 与路径无关.　求 $f(x)$.　(6 分)

华东师范大学期末试卷（B）

2007　—2008　学年第 二 学期

课程名称：　高等数学 A

学生姓名：____________________　　　　　学　　号：____________________

专　　业：____________________　　　　　年级/班级：　2007 级

课程性质：公共必修.

一	二	三	四	五	六	七	八	总分	阅卷人签名

一．简答题　(5 分×7)

1.　设 $f(x,y)=\ln(\frac{y}{x}+x)$,　求 $f_x'(1,0)$

2．设 f 具有二阶连续偏导数，且 $u=f(xy^2,\frac{x}{y^2})$，求 $\frac{\partial^2u}{\partial x\partial y}$　.

3. 求函数 $z=2x^2+3y^3$ 在 $(1,1)$ 点最大的方向导数.

4. 求 $\iint\limits_D e^{-x^2-y^2}dxdy$，其中 D: $x^2+y^2\le 1$.

5. 求 $\int_L x^2 ds$ 其中 $L: y=-\sqrt{1-x^2}$.

6. 求 $\iint\limits_\Sigma zds$,其中 Σ 为 $x+y+z=1$ 在第一象限的部分.

7. 求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{3^n}x^{2n}$ 的收敛域.

二．判断下列级数的敛散性. (5 分×3)

1. $\sum_{n=1}^{\infty}\arcsin\frac{1}{3n+4}$.

2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n n!}{n^n}$.

3. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n^2+1}{n^2+3}\cdot\frac{1}{\sqrt{n}}$.

三．求下列微分方程的通解. (5 分×3)　　　　　请提意见.(考 A 卷,补考 B 卷)

1. $y^2dx+ydy=x^2ydy-dx$.

2. $(x\cos y+\cos x)y'-y\sin x+\sin y=0$.

3. $y''+4y'+4y=e^{-2x}$

四． 求 $\iint\limits_\Sigma (y-x)dydz+(z-y)dzdx+(x-z)dxdy$

其中 Σ 是 $z=2-x^2-y^2$ $(0\le z\le 2)$ 的上侧.(10 分)

五． 将 $f(x)=\arctan\frac{4+x^2}{4-x^2}$.展为 x 的幂级数. (10 分)

六.曲线 $y=f(x)$ 满足 $yy''-y'^2=0$,且此曲线过 $(0,1)$ 点并在该点与 $y=2x+1$ 相切. 求 $f(x)$. (9 分)

七．设 $f(x)$ 有二阶连续偏导，且满足 $\frac{1}{2}x^2 f'(x)+x\int_0^1 f(tx)dt=xf(x)+\frac{1}{2}\ln\sqrt{x^2+1}$ $(x>0)$，求 $f(x)$. (6 分)