华东师范大学期末试卷（A）

2009 —2010　学年第 二 学期

课程名称：　高等数学 A

学生姓名：___________________　　　　　　学　　号：___________________

专　　业：___________________　　　　　　年级/班级：2009 级

课程性质：公共必修.

一	二	三	四	五	六	七	八	总分	阅卷人签名

一、填空题　(28 分，每题 4 分)

1. 由方程 $xyz = e^z$ 所确定的隐函数 $z = z(x, y)$ 的全微分=____________________.

2. 设 $f(u,v)$ 为可微函数，$z = f(xe^y, x^2 y)$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial y}$ =_________________________.

3. 设 Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$，则曲面积分 $\iint\limits_{\Sigma}(x^2 + y^2 + z^2)dS =$ _______________.

4. D 是圆域 $x^2 + y^2 \le 4$，二重积分 $\iint\limits_{D}(\sin x \cos y + 2)\mathrm{d}\sigma =$ _____________________.

5. 设 $u = u(x, y, z)$ 具有连续的二阶导数，则 $\mathrm{rot}(\mathrm{grad}u) =$_______________________.

6. 正项级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n n!}{n^n}$ 收敛还是发散__________________.

7. 方程 $y' + \dfrac{1-2x}{x^2}y = 1$ 通解为_________________________.

二、计算题　(49 分，每题 7 分)

1. 讨论函数 $f(x,y) = \begin{cases} xy\dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}, & x^2 + y^2 \ne 0 \\ 0, & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ 在 $(0,0)$ 处的连续性.

2. 求函数 $z(x,y) = -2x^2 - 2y^2 - 2xy + 14x + 16y - 1$ 的极值和极值点.

3. 计算 $I = \oint\limits_{L}(z - y)dx + (x - z)dy + (x - y)dz$，其中 L 是 $x^2 + y^2 = 1$ 与 $x - y + z = 2$ 的交线，从 z 正向往负向看时 L 为顺时针方向.

4. 设 $f(x)=\begin{cases} x^2 & 0\le x\le \dfrac{1}{2} \\ 1+x & \dfrac{1}{2}<x<1 \end{cases}$，$S(x)=\dfrac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}b_n\sin n\pi x,\ b_n=2\int_0^1 f(x)\sin n\pi x dx$，

求 $S(-\dfrac{11}{2})$.

5. 求函数 $f(x)=\dfrac{1}{3x-x^2}$ 在 $x=1$ 处的幂级数展开式和收敛域.

6. 求方程 $e^{\frac{y}{x}}(x-y)dx+x(1+e^{\frac{y}{x}})dy=0$ 的通解.

7. 求二阶方程 $y''-2y'+y=2x^2$ 的通解。

三、综合题（23 分）

1.（7 分） 若 $f(x,y)$ 在矩形区域 $D:0\le x\le 1,0\le y\le 1$，上连续，且

$$x(\iint_D f(x,y)dxdy)^2=f(x,y)-\frac{1}{2}，求\ f(x,y)$$

2.（8 分）判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\dfrac{1}{n-\ln n}$ 的收敛性，若收敛，指出是条件收敛还是绝对收敛.

3.（8 分）设 $f(u)$ 在 $(0,+\infty)$ 上二阶可导，函数 $z=f(\sqrt{x^2+y^2})$ 满足微分方程

$\dfrac{\partial^2 z}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$.

（1）证明 $f(u)$ 满足的微分方程 $f''+\dfrac{1}{u}f'=0$；

（2）求（1）中方程满足初始条件 $f(1)=0,\ f'(1)=1$ 的特解.

华东师范大学期末试卷（B）

2009 —2010　学年第 二 学期

课程名称：　高等数学 A

学生姓名：___________________　　　　　　　　学　　号：___________________

专　　业：___________________　　　　　　　　年级/班级：2009 级

课程性质：公共必修.

一	二	三	四	五	六	七	八	总分	阅卷人签名

一、填空题（28 分，每题 4 分）

1. 设 $f(x,y)=x^2+y^2$，则 $grad\ f(1,2)=$________________.

2. 设 $(3x^2y^2-2xy^2)dx+(2x^3y+ax^2y+1)dy$ 是函数 $f(x,y)$ 的全微分，则 $a=$______.

3. 交换累次积分的次序 $\int_{-1}^{0}\mathrm{d}x\int_{0}^{x+1}f(x,y)\mathrm{d}y$ = ______________________________ .

4. 设 $L:x^2+y^2=R^2\ (R>0)$，则第一型曲线积分 $\oint\limits_L\sqrt{x^2+y^2}ds=$_______________.

5. 设 $\vec{A}=(e^{xy},\sin(xy),\cos(xz^2))$，散度 $\mathrm{div}\vec{A}=$______________.

6. 级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$ 是___________收敛.

7. 方程 $x(y^2-1)dx+y(x^2-1)dy=0$ 通解为 ______________________.

二、计算题（49 分，每小题 7 分）

1. 设函数 $z=f(u,v)$ 有二阶连续偏导数，$u=xy$，$v=x^2+y^2$，计算 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$

2. 求过曲面 $z-e^z+2xy=3$ 上点 $(1,2,0)$ 的切平面方程.

3. 计算 $\oint\limits_L ydx+zdy+xdz$，其中 L 是 $x^2+y^2+z^2=1$ 与 $x+y+z=0$ 的交线，从 z 正向往负向看时 L 为逆时针方向.

4. 求 $\ln x$ 在 $x=2$ 处的幂级数展开式，并指出其收敛域.

5. 设周期为 2π 的周期函数 $f(x)=\begin{cases}x+2\pi, & -\pi<x<0\\ x, & 0\le x<\pi\end{cases}$ 的傅里叶级数为

$\frac{a_0}{2}\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$． 求上述傅里叶级数的和函数 $g(x)$，并求 $g(2\pi)$

6. 求一阶方程 $y'+2xy=4x$ 的通解

7. 求方程 $(\frac{xy}{\sqrt{1+x^2}}+2xy-\frac{y}{x})dx+(\sqrt{1+x^2}+x^2-\ln x)dy=0$ 的通解。

三、综合题（23 分）

1.（7 分）设 $f(x,y)$ 在矩形区域 D： $0\le x\le 1,\ 0\le y\le 1$ 上连续，且满足关系式

$$f(x,y)=\frac{y^2}{1+x^2}+2(x+y)\iint_D f(x,y)d\sigma$$，求 $\iint_D f(x,y)d\sigma$ 的值.

2.（8 分）求级数 $\sum_{n=1}^{\infty}(2n+1)x^n$ 的和函数.

3. （8 分）求方程 $y''-4y=4x^2$ 的通解及满足 $y(0)=-\frac{1}{2}$， $y'(0)=2$ 的特解.