

华东师范大学期末试卷 (A)

2009 —2010 学年第 一 学期

课程名称： 高等数学 A

学生姓名： \_\_\_\_\_

学 号： \_\_\_\_\_

专 业： \_\_\_\_\_

年级/班级： 2009 级

课程性质： 公共必修.

一	二	三	四	五	六	七	八	总分	阅卷人签名

一. 填空题 (24 分, 每题 4 分)

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^2} \sqrt{1+t^2}}{x^3} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

2.  $y = 2x + \frac{8}{x}$  ( $x > 0$ ) 的单调减少区间为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

3. 设  $y = x \arctan \frac{1}{x}$ , 则  $dy = \underline{\hspace{2cm}}$ .

4. 设  $\vec{\alpha} = (3, 2, -1)$ ,  $\vec{\beta} = (1, -1, 2)$ , 则与  $\vec{\alpha}$ ,  $\vec{\beta}$  都垂直的单位向量  $\vec{\gamma}_0 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

5.  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x(x + \cos(x^2)) dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

6.  $\int \frac{x^2}{1+x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

二. 计算题 (40 分, 每题 5 分)

1. 设  $f''(x_0)$  存在, 求  $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0) - f'(x_0)(x - x_0)}{(x - x_0)^2}$ ;

2. 设  $y = y(x)$  由方程  $\int_0^y e^t dt + \int_0^x \cos t dt = 0$  确定, 求  $\frac{dy}{dx}$ ;

3. 计算  $\int \frac{1}{x^3} \cos \frac{1}{x^2} dx$ ;

4. 计算  $\int \frac{1}{x^2 \sqrt{1-x^2}} dx$ ;

5. 求广义积分  $\int_0^{+\infty} x^3 e^{-x^2} dx$ ;

6. 计算  $\int_0^{\ln 3} \frac{1}{\sqrt{1-e^x}} dx$ ;

7. 求过点  $(4, 2, -1)$  且与两平面  $x+2z=1$ ,  $y-3z=2$  平行的直线方程。

8. 求曲线  $x = \arctan t, y = \frac{1}{2} \ln(1+t^2)$  上从  $t=0$  到  $t=1$  的一段弧长。

三. 综合题 (36分)

1. (8分) 已知  $f(x) = \int_0^x e^{-t^2} dt$ , 求  $\int_0^1 x^2 f(x) dx$ ;

2. (8分) 求过直线  $L_1: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+3}{2}$  和  $L_2: \begin{cases} x = 2t+1 \\ y = 3t-1 \\ z = 2t+1 \end{cases}$  的平面方程;

3. (10分) 求曲线  $xy=1, x=1, x=2$  及  $y=0$  围成的平面图形绕  $y$  轴旋转一周所得的旋转体体积;

4. (10分) 已知  $f(x)$  在  $[0, 2]$  上由二阶连续导数,  $f(1)=0$ 。证明  $\left| \int_2^2 f(x) dx \right| \leq \frac{1}{3} M$ , 其中  $M$  是  $f''(x)$  在  $[0, 2]$  上的一个上界。